

國立虎尾科技大學 100 學年度研究所 (碩士班) 考試入學試題

所別：資訊工程系碩士班

科目：考試科目 2 (離散數學、線性代數論)

註解 [1]: 標楷體 14 號字

注意事項：

(1) 本試題共有計算問答題八題，合計一百分。

(2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

註解 [2]: 標楷體 12 號字

一、計算問答題 (共 100 分)

1. How many different integral solutions to the equation  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 25$ , such that each  $n_i$  (for  $i=1,2,\dots,5$ ) is a nonnegative integers. (10%)
2. Find the general solution such that  $a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2} + 3 \times 2^n$ . (15%)
3. Prove that if  $n$  is an integer and  $n^3+5$  is odd, then  $n$  is even using an **indirect proof**. (10%)
4. Let  $R$  be the **relation** on the set  $\{1, 2, 3, 4\}$  containing the ordered pairs  $(2,1), (2,3), (3,1), (3,4), (4,1)$ , and  $(4,3)$ . Find
  - (a)  $R^2$  (5%)
  - (b)  $R^*$  (10%)

5.  $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ , 請完成下列

- (a) 求  $A^{25}$  的特徵根(eigenvalues)及特徵向量(eigenvectors)。 (15%)
  - (b) 求一矩陣  $P$ , 使得  $A$  矩陣可對角化 (diagonalizable)。其  $P$  為何? 利用  $P$  矩陣, 求  $A$  之對角化矩陣。 (10%)
6. 使用高斯喬登(Gauss-Jordan)演算法求下列系統的解(10%)
$$3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 9,$$
$$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 7,$$
$$3x_1 - 5x_2 - x_3 = 7.$$
  7.  $A$  是一  $2 \times 2$  矩陣,  $|A| = 3$ , 求
    - (a)  $|3A| = ?$  (3%)
    - (b)  $|A^2| = ?$  (3%)
    - (c)  $|4A^t A^{-1}| = ?$  (4%)
  8. 證明向量  $\{(1, 2, 0), (0, 1, -1), (1, 1, 2)\}$  在  $\mathbb{R}^3$  向量空間是線性獨立。 (5%)